

**VTF**

**Design de systèmes de traitement vidéo temps réel  
par FPGA**

**Eléments de traitement du signal  
en virgule fixe  
appliqué au traitement du signal vidéo**

**Michel Starkier**

## Format virgule fixe (non-signé)

- La représentation d'un nombre binaire non-signé avec virgule fixe est :

$$x_{(10)} = \sum_{i=-m}^{n-1} b_i 2^i$$

$n$  nombre de bit de la partie entière

$m$  nombre de bit de la partie fractionnaire

- avec  $0 \leq x \leq 2^n - 2^{-m}$

- Exemple :

$$n=2, m=2$$

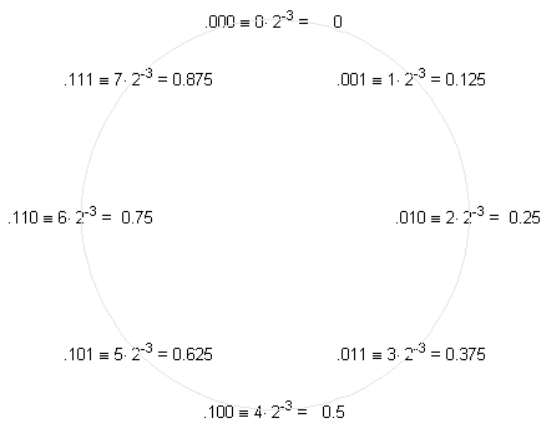
$$10.11_{(2)} = 1 \cdot 2^1 + 0 \cdot 2^0 + 1 \cdot 2^{-1} + 1 \cdot 2^{-2} = 2.75$$

27/01/2011

VTF - MSR

2

Cercle des nombres non-signés à virgules fixes  
(documentation Mathworks)



# Format virgule fixe (signé)

- La représentation d'un nombre binaire signé avec virgule fixe est :

$$x_{(10)} = \sum_{i=-m}^{n-1} b_i 2^i - b_{n-1} 2^n$$

$n$  nombre de bit de la partie entière

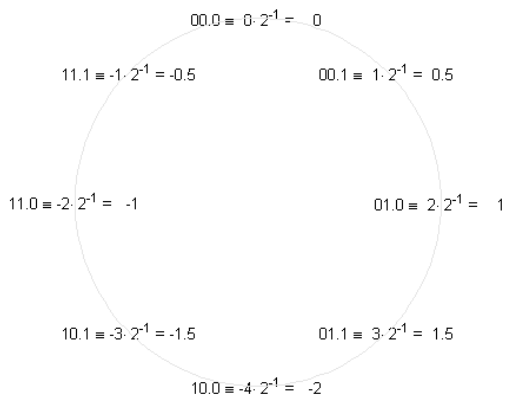
$m$  nombre de bit de la partie fractionnaire

- avec  $-2^{n-1} \leq x \leq 2^{n-1} - 2^{-m}$

- Exemple :

$$n=3, m=2 \quad 101.01_{(2)} = 1 \cdot 2^2 + 0 \cdot 2^1 + 1 \cdot 2^0 + 0 \cdot 2^{-1} + 1 \cdot 2^{-2} - 1 \cdot 2^3 = -2.75$$

Cercle des nombres signés à virgules fixes  
(documentation Mathworks)



## ● Conversion binaire vers décimal

1. noter le format :  $n$ , le nombre de bits de la partie entière  
 $m$ , le nombre de bits de la partie fractionnaire
2. convertir le nombre binaire en décimal signé sans tenir compte de la virgule (entier de  $n+m$  bits)
3. diviser par 2 à la puissance  $m$  (nombre de bit de la partie fractionnaire)

## ● Exemples

$$n = 3, m = 4$$

$$010.1100_{(2)} = 0101100_{(2)} \cdot 2^{-4} = \frac{44_{(10)}}{16} = 2.75_{(10)}$$

$$101.0100_{(2)} = 1010100_{(2)} \cdot 2^{-4} = \frac{-44_{(10)}}{16} = -2.75_{(10)}$$

27/01/2011

VTF - MSR

4

## Exercices

Convertir en décimal les nombres binaires signés ( le premier bit est le bit de signe ) :

- a) 01001.101
- b) 1011.10
- c) 110.1001
- d) 01011.111

## Solutions

- a) 9.625
- b) -4.5
- c) -1.4375
- d) 11.875

## ● Conversion décimal vers binaire

1. *choisir le format :  $n$ , le nombre de bits de la partie entière  
 $m$ , le nombre de bits de la partie fractionnaire*
2. *multiplier le nombre décimal par 2 à la puissance  $m$*
3. *arrondir le résultat à un nombre entier*
4. *convertir en binaire signé*

## ● Exemples ( $n = 3$ , $m = 4$ )

$$3.29626_{(10)} \cdot 2^4 = 52.74_{(10)} \approx 53 = 0110101_{(2)}$$
$$\Rightarrow 3.29626_{(10)} \approx 011.0101_{(2)} = 3.3125_{(10)}$$

$$-3.29626_{(10)} \cdot 2^4 = -52.74_{(10)} \approx -53 = 1001011_{(2)}$$
$$\Rightarrow -3.29626_{(10)} \approx 100.1011_{(2)} = -3.3125_{(10)}$$

## Exercices

Convertir en binaire signé les nombres décimaux suivants :

- a) 47.356  $\Rightarrow n=7, m=3$
- b) -9.4789  $\Rightarrow n=5, m=5$

## Solutions

- a) 0101111.011
- b) 10110.10001











# Rapport signal/bruit

- Le bruit dans un circuit de traitement numérique provient de la conversion AD et de la quantification
- La dynamique est le rapport entre la puissance d'un signal d'amplitude maximale ( avant écrêtage ou dépassement) et la puissance d'un signal de niveau minimum ( niveau du bruit)
- Le rapport signal sur bruit (SNR) est le rapport entre la puissance d'un signal et celle du bruit  $SNR = \frac{P_{signal}}{P_{bruit}}$  ou en dB :

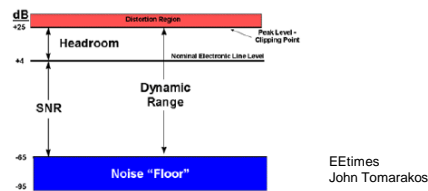
$$SNR = 20 \log_{10} \frac{A_{signal}}{A_{bruit}}$$

27/01/2011

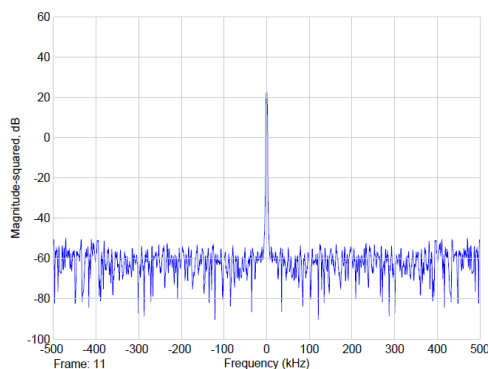
VTF - MSR

10

Attention : On doit normalement toujours donner le niveau du signal qui est pris en compte pour calculer ou mesurer un rapport signal sur bruit.



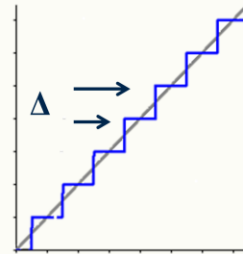
Exemple: mesure d'une sinusoïde de puissance 1 W en dBm : (1 dBm = 1mW sur 1 ohm)



Rapport signal/bruit de 90 dB  
signal +30dBm (amplitude =  
1) bruit -60dBm

# Erreur de quantification (1)

- L'erreur de quantification d'un signal par un ADC est la différence - à l'instant d'échantillonnage - entre la valeur du signal analogique en entrée et la valeur du signal échantillonné.
- Si le pas du convertisseur (lsb) est  $\Delta$ , cette erreur est uniformément distribuée dans l'intervalle  $[-\frac{\Delta}{2}, +\frac{\Delta}{2}]$
- L'erreur de quantification est considérée comme une source de bruit ajoutée au signal  
converti de puissance  $P_e = \frac{\Delta^2}{12}$

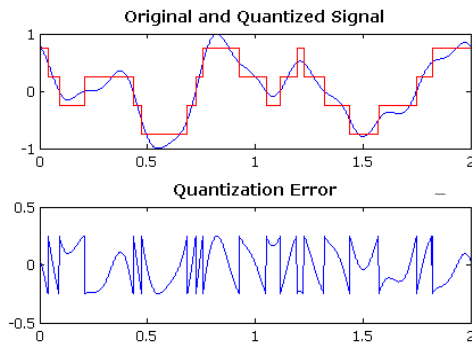


27/01/2011

VTF - MSR

11

Exemple d'erreur de quantification d'un signal quantifié en 4 bits signé



## Erreur de quantification(2)

- Dans le cas un convertisseur AD de  $b$  bits, le SNR minimum théorique pour une sinusoïde est  $1.761 + 6.02 \cdot b$  dB par rapport au niveau maximum (Full Scale) du signal échantillonné.
- Plus généralement le SNR d'un signal échantillonné sur  $b$  bits est environ  $6.02 \cdot b$  dB
- Réduire le nombre de bits d'un signal revient à augmenter le niveau de bruit – diminuer le SNR.
- Exemple : Un signal est échantillonné sur 16 bits, son SNR est 96 dB. Si nous supprimons les 4 bits de poids faible, le SNR devient 72 dB.

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

## Exemple de calcul

**Rapport signal sur bruit maximum pour un signal sinusoïdal:**

**Soit un signal de type Fix\_16\_15**

$$\Delta = 2^{-15} \text{ donc } P_e = \frac{2^{-30}}{12} = 7.76 \cdot 10^{-12} = -101.1 \text{ dB}$$

**L'amplitude maximale d'un signal sinusoïdal est 1. La puissance du signal sinusoïdal est  $P_s = \frac{1}{2}$**

**Nous pouvons calculer le rapport signal sur bruit :**

$$SNR = \frac{P_s}{P_e} = \frac{12}{2 \cdot 2^{-30}} \approx 98 \text{ dB}$$

27/01/2011

VTF - MSR

13

La puissance d'une sinusoïde d'amplitude  $A$  est  $P_s = \frac{A^2}{2}$

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

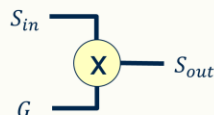
---

---



# Exemple : réglage de gain (1)

- $S_{in}$  Signal signé amplitude 1, Fix\_12\_11
- $G$  Gain non-signé  $0 < G < 2$ , UFix\_16\_15
- $S_{out}$  Résultat sans arrondi, Fix\_28\_26



- Arrondi de  $S_{out}$  à Fix 13\_11 => Le SNR est conservé pour  $1 \leq G < 2$
- Arrondi de  $S_{out}$  à Fix 12\_10 => Le SNR est dégradé de 6 dB pour  $G = 1$  et conservé pour  $G = 2$
- Le pas minimum du gain est  $20 \log(1 + 2^{-15}) = 2.6 \cdot 10^{-4} \text{ dB}$

---

---

---

---

---

---

---

---

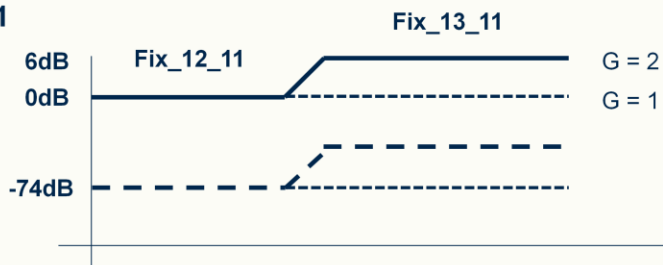
---

---

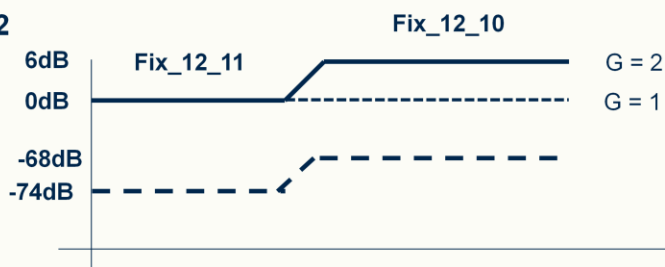
---

# Exemple : réglage de gain (2)

## Cas 1



## Cas 2





## Signal / bruit : addition et multiplication

- $P_{As}$  ,  $P_{Bs}$  puissance signaux A et B
- $P_{Ae}$  ,  $P_{Be}$  puiss. bruit de quantification des signaux A et B
- $P_e$  puiss. bruit de quantification (additionneur ou multiplicateur)

- Addition (calcul approximatif) => prendre le niveau max du bruit

$$P_{A+B} = P_{As} + P_{Ae} + P_{Bs} + P_{Be} + P_e$$

- Multiplication (calcul approximatif)

$$P_{A \cdot B} = P_{As} \cdot P_{Bs} + P_{As} \cdot P_{Be} + P_{Bs} \cdot P_{Ae} + P_{Ae} \cdot P_{Be} + P_e$$

## Quantification d'un gain (ou atténuation)

- Calcul du nombre de bits optimum d'un réglage de gain : un pas d'atténuation doit correspondre à (au minimum) une variation d'un lsb du signal
- Soit une variable de réglage  $G$  de format UFix\_n\_n permettant une atténuation de  $1 - 2^{-n}$  à 0  
Soit  $k$  un entier dans l'intervalle  $[2^n, 1]$ , alors  $G = 1 - k \cdot 2^{-n}$   
Le pas de variation du signal est :  
$$\Delta_v = S[(1 - k \cdot 2^{-n}) - (1 - (k + 1) \cdot 2^{-n})] = S \cdot 2^{-n}$$
- Pour un signal de  $m$  bits, le nombre de bits optimum du réglage de gain est celui du signal
  - Si le format de  $S$  est UFix\_n\_0, le pas maximum est 1
  - Si le format de  $S$  est Fix\_n+1\_n, le pas maximum est  $2^{-n}$